

Rekonstruksi Nonparametrik *Dynamical Dark Energy* Menggunakan Data *Cosmic Chronometer* dan Supernova Tipe Ia

V. J. Purwanto^{1*} dan H. Wulandari¹

¹Program Studi Astronomi, Institut Teknologi Bandung, Bandung, Indonesia

*E-mail: vaneissyajp@outlook.com

ABSTRAK

Konstanta kosmologi (Λ) merupakan usulan model *dark energy* yang paling sederhana dengan parameter persamaan keadaan (w) yang konstan, $w = -1$. Meskipun didukung oleh banyak pengamatan, terdapat masalah yang melekat pada Λ , yaitu masalah *fine tuning* dan masalah *coincidence*. Untuk mengatasi masalah tersebut diperkenalkanlah model *dynamical dark energy* (DDE) dengan rapat energi yang bergantung waktu. Salah satu usulan model DDE adalah model fenomenologis nonparametrik yang didasarkan langsung pada rekonstruksi dari pengamatan kosmologis, tanpa pengetahuan awal mengenai bentuk fungsi w yang umum pada model parametrik. Penelitian ini bertujuan untuk merekonstruksi w secara nonparametrik berdasarkan hasil pengamatan *cosmic chronometer* dan supernova tipe Ia Pantheon. Rekonstruksi nonparametrik dilakukan dengan menggunakan *gaussian process*. Hasil rekonstruksi parameter persamaan keadaan dari data pengamatan *cosmic chronometer* dan supernova tipe Ia Pantheon menunjukkan bahwa keduanya dapat merekonstruksi fungsi w hingga $z \leq 1$, sebelum galat keduanya membesar. Rekonstruksi menggunakan data supernova tipe Ia Pantheon memberikan galat yang lebih kecil daripada yang diperoleh dengan data *cosmic chronometer*.

Kata Kunci: *dynamical dark energy* – nonparametrik – *cosmic chronometer*

1 PENDAHULUAN

Pengamatan supernova tipe Ia pada akhir tahun 1990-an menunjukkan bahwa alam semesta mengembang dipercepat (Ries et al., 1998; Perlmutter et al., 1999). Berbagai upaya dilakukan untuk menjelaskan fenomena tersebut, salah satunya adalah memperkenalkan komponen alam semesta bertekanan negatif yang melawan gravitasi, yang kemudian dikenal sebagai *dark energy*. Model *dark energy* yang paling sederhana adalah konstanta kosmologi (Λ) yang memiliki parameter persamaan konstan, yaitu $w = -1$.

Meskipun konstanta kosmologi didukung oleh banyak pengamatan, masih terdapat masalah besar terkait skala energi yang melekat pada konstanta kosmologi, yaitu masalah *fine tuning* dan masalah *coincidence*. Masalah *fine tuning* adalah perbedaan densitas energi konstanta kosmologi sebesar 121 orde antara nilai berdasar pengamatan dan nilai teori yang mengasumsikan bahwa konstanta kosmologi berupa energi vakum. Masih terkait dengan skala energi juga, masalah *coincidence* mempertanyakan mengapa kesetaraan orde rapat energi materi dan konstanta kosmologi baru terjadi di dekat saat ini ($z \approx 0$), sementara keduanya berevolusi dengan cara yang sangat berbeda terhadap waktu.

Salah satu cara untuk mengatasi masalah terkait skala densitas energi konstanta kosmologi yang diusulkan adalah model *dark energy* dinamis (DDE) dengan parameter persamaan keadaan (w) yang

bergantung pada waktu. Model DDE dapat dibangun berlandaskan teori, namun karena sedikitnya pemahaman tentang *dark energy*, dibangun pula model DDE fenomenologis berdasarkan data pengamatan. Untuk merekonstruksi model DDE fenomenologis, dapat dilakukan pendekatan parametrik dengan mengambil suatu persamaan tertentu terlebih dahulu, seperti pada model CPL (Chevallier dan Polarski, 2001; Linder, 2003). Cara lain adalah melalui pendekatan nonparametrik, yaitu merekonstruksi model DDE langsung dari data pengamatan, seperti pada *gaussian process* (GP).

Penelitian ini bertujuan merekonstruksi parameter persamaan keadaan *dark energy* dari data *cosmic chronometer* (CC) dan SN Ia secara nonparametrik menggunakan GP, serta menguji data mana yang menghasilkan rekonstruksi yang lebih baik dengan metode ini, apakah CC atau SN Ia. Pembahasan akan dilakukan sebagai berikut, pada bagian 2 akan dijelaskan mengenai data dan metode yang digunakan untuk rekonstruksi. Kemudian pada bagian 3 dipaparkan hasil rekonstruksi parameter persamaan DDE beserta analisisnya. Terakhir, bagian 4 memuat kesimpulan yang diperoleh.

2 METODOLOGI

2.1 Rekonstruksi $w(z)$

Parameter Hubble untuk alam semesta datar dengan metrik FLRW berisi komponen materi dan *dark energy* diberikan oleh,

$$H^2(z) = H_0^2 \left[\Omega_{m,0}(1+z)^3 + \tilde{\Omega}_{DE}(z) \right], \quad (1)$$

dengan H parameter Hubble, H_0 konstanta Hubble, $\Omega_{m,0}$ parameter densitas materi saat ini dan $\tilde{\Omega}_{DE}(z)$ adalah parameter densitas *dark energy* sebagai fungsi dari *redshift*, yaitu

$$\tilde{\Omega}_{DE}(z) = \Omega_{DE,0} \times \exp\left(3 \int_0^z \frac{1+w(z)}{(1+z)} dz\right). \quad (2)$$

Substitusikan persamaan (2) ke persamaan (1), diperoleh

$$H^2(z) = H_0^2 \left[\Omega_{m,0}(1+z)^3 + \Omega_{DE,0} \times \exp\left(3 \int_0^z \frac{1+w(z)}{(1+z)} dz\right) \right]. \quad (3)$$

Untuk mendapatkan persamaan untuk $w(z)$ dari persamaan (3), dilakukan modifikasi matematis sehingga diperoleh

$$w(z) = \left[\frac{1}{3} \frac{H_0^2(1+z)}{H^2 - H_0^2 \Omega_{m,0}(1+z)^3} \left(\frac{2HH'}{H_0^2} - 3\Omega_{m,0}(1+z)^2 \right) \right] - 1. \quad (4)$$

Persamaan (4) digunakan untuk merekonstruksi $w(z)$ berdasarkan data CC.

Pada data pengamatan SN Ia, modulus jarak (μ) diberikan oleh persamaan

$$\mu = m - M = 5 \log \frac{d_L}{1 \text{ Mpc}} + 25, \quad (5)$$

dengan d_L jarak luminositas. Rekonstruksi $w(z)$ dengan data SN Ia pada penelitian ini dilakukan menggunakan jarak *comoving* ternormalisasi, seperti yang dilakukan oleh Seikel et al. (2012), Wang dan Meng (2017), serta Zhang dan Liu (2018), yang diberikan oleh

$$D(z) = \left(\frac{H_0}{c} \right) (1+z)^{-1} d_L(z). \quad (6)$$

Dalam penelitian ini μ ditransformasikan ke D dengan mengikuti langkah Wang dan Meng (2017) sebagai berikut,

$$\mu - 25 + 5 \log \left(\frac{H_0}{c} \right) = 5 \log[(1+z)] D. \quad (7)$$

Lakukan modifikasi matematika untuk memperoleh

$$D(z) = \frac{H_0}{c} (1+z)^{-1} \left(10^{\frac{\mu}{5}-5} \right). \quad (8)$$

Dalam penelitian ini dipilih konstanta Hubble sebesar $H_0 = 73,24 \pm 1,74 \text{ kms}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ (Riess et al., 2016). Untuk alam semesta datar, turunan D ($D'(z)$) diberikan oleh

$$D'(z) = \frac{H_0}{H(z)}. \quad (9)$$

Dengan menggunakan persamaan (6), dapat diturunkan parameter persamaan keadaan *dark energy* untuk alam semesta datar sebagai berikut

$$w(z) = \frac{1}{3} \frac{-2(1+z)D'' - 3D'}{D' - \Omega_{m,0}(1+z)^3 D'^3}. \quad (10)$$

Berdasarkan data modulus jarak, persamaan (10) digunakan untuk merekonstruksi $w(z)$.

2.2 Gaussian process (GP)

Berbeda dari pendekatan parametrik, algoritma GP dapat menjalankan proses rekonstruksi sebuah fungsi dari data tanpa mengasumsikan parameterisasi dari fungsi tersebut. Dalam penelitian ini, GP dijalankan menggunakan *package* GaPP (*Gaussian Processes in Python*) yang dikembangkan oleh Seikel et al. (2012). GP merupakan generalisasi dari distribusi gaussian. Distribusi gaussian merupakan distribusi dari variabel acak, sedangkan GP mendeskripsikan distribusi dari fungsi. GP dikarakterisasi oleh fungsi rerata dan fungsi kovarian (kernel). Fungsi rerata menunjukkan rerata titik pada input, sedangkan kernel bertugas untuk mendefinisikan kedekatan atau *similarity* antar titik data. Misalkan fungsi f dibentuk dengan GP. Nilai f ketika dievaluasi pada titik x adalah variabel acak gaussian dengan rerata $\mu(x)$ dan variansi $\text{Var}(x)$. Nilai fungsi f tidak independen terhadap nilai fungsi pada titik berbeda $\tilde{x}$, khususnya jika x dan $\tilde{x}$ berdekatan, tetapi nilai kedua fungsi tersebut dihubungkan oleh fungsi kovarian ($k(x, \tilde{x})$).

Fungsi kovarian memiliki berbagai macam bentuk. Dalam penelitian ini digunakan fungsi kovarian eksponensial kuadrat dan fungsi kovarian Matérn ($\nu = 5/2, 7/2, 9/2$) untuk merekonstruksi $H(z), H'(z), D(z), D'(z)$, dan $D''(z)$. Fungsi kovarian eksponensial kuadrat dan Matérn bergantung pada dua *hyperparameter*, σ_f dan l , yang berfungsi untuk mengkarakterisasi ketidakteraturan fungsi.

2.3 Data Pengamatan

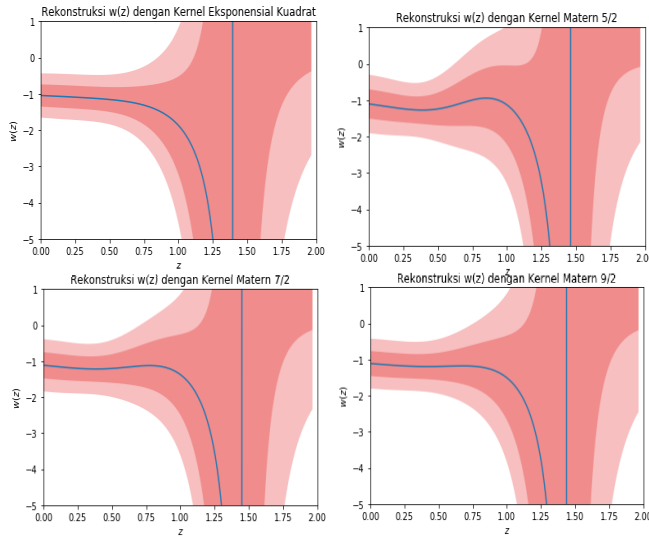
(1) *Data pengamatan Cosmic Chronometer (CC)*. Dalam penelitian ini digunakan 31 titik data parameter Hubble $H(z)$ dari berbagai pengamatan CC pada tahun 2003 – 2017 di rentang *redshift* $0,07 \leq z \leq 1$ (Vagnozzi et al., 2021), dengan metode penentuan usia *full-spectrum fitting* (Jimenez et al., 2003; Simon et al., 2005; Stern et al., 2010; Zhang et al., 2014; Ratsimbazafy et al., 2017) dan fitur D4000 *break* (Moresco et al., 2012; 2015; 2016).

(2) *Data pengamatan Supernova tipe Ia*. Data SN Ia yang digunakan adalah set data Pantheon

(Scolnic et al., 2018), terdiri dari 1048 titik data dengan rentang *redshift* $0,01 \leq z \leq 2,3$. Untuk rekonstruksi $w(z)$ digunakan data *redshift*, modulus jarak dan galat modulus jarak. Digunakan nilai $\Omega_{m,0} = 0,315 \pm 0,0007$ dari Planck Collaboration (2020) dan nilai konstanta Hubble menurut Riess et al. (2016), yaitu $H_0 = 73,24 \pm 1,74$ km/s/Mpc.

3 HASIL

3.1 Menggunakan data CC



Gambar 1. Hasil rekonstruksi $w(z)$ dari data *cosmic chronometer* dengan fungsi kovarian yang berbeda.

Rekonstruksi $w(z)$ menggunakan data CC diawali dengan rekonstruksi $H(z)$ dan $H'(z)$ menurut persamaan (4). Rekonstruksi dilakukan menggunakan *package* GaPP dengan optimasi *hyperparameter* untuk setiap fungsi kovarian yang ditinjau (Seikel et al., 2013). Dari data CC, pertama-tama direkonstruksi $H(z)$ kemudian $H'(z)$. Keduanya direkonstruksi dari $0,00 \leq z \leq 1,965$ dengan 200 titik data untuk setiap kernel yang ditinjau. Dari hasil rekonstruksi $H(z)$ dapat diperoleh konstanta Hubble H_0 , yaitu nilai hasil rekonstruksi pada $z = 0$, yang disajikan pada Tabel 1. H_0 hasil rekonstruksi tersebut kemudian digunakan untuk merekonstruksi $w(z)$ sesuai persamaan (4). Hasil rekonstruksi $w(z)$ disajikan pada Gambar 1.

Gambar 1 menunjukkan bahwa pada $z \leq 1$ sebagian besar nilai $w(z)$ relatif konstan di sekitar -1 , kemudian turun dan naik kembali pada $z \approx 1,75 - 1,8$. Ini berarti $w(z)$ tidak konstan seperti yang diprediksi model Λ CDM, tetapi pada masa lampau $w(z) \neq -1$ kemudian menjadi bernilai -1 saat ini. Hasil rekonstruksi $w(z)$ dari data CC

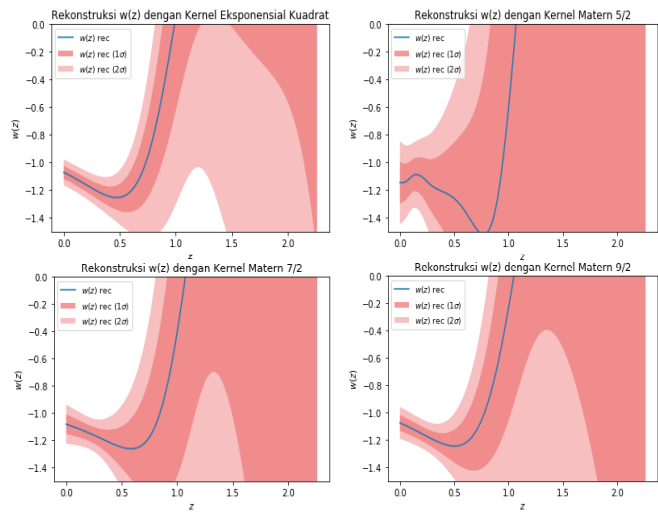
memiliki galat yang besar, sehingga kurang dapat memberikan kendala yang baik. Galat yang besar tersebut akibat data yang tersedia kurang banyak dan cenderung menyebar. Selain itu, galat data pengamatan yang besar menjalar kepada galat hasil rekonstruksi.

Tabel 1. Hasil rekonstruksi H_0 dari data CC

Kernel	H_0 km/s/Mpc	# σ dari Planck	# σ dari SN Ia
Eksp. Kuad.	$67,47 \pm 4,75$	0,61	1,73
Matern 5/2	$68,88 \pm 5,42$	0,28	0,77
Matern 7/2	$68,72 \pm 5,17$	0,26	0,83
Matern 9/2	$68,52 \pm 5,05$	0,23	0,88

3.2 Menggunakan data Pantheon

Data pengamatan yang digunakan untuk rekonstruksi bukanlah data modulus jarak (μ), melainkan jarak *comoving* ternormalisasi D beserta kesalahannya, yang diperoleh dengan melakukan transformasi menurut persamaan (8). Dari data z , D , dan *error* D data Pantheon, dilakukan rekonstruksi D , D' , dan D'' untuk setiap kernel. Rekonstruksi dilakukan pada rentang $0,00 \leq z \leq 2,30$ untuk 200 titik data untuk masing-masing kernel. Hasil rekonstruksi D , D' , D'' dan nilai H_0 dari Riess et al. (2016) kemudian disubstitusikan pada persamaan (10), sehingga diperoleh hasil rekonstruksi $w(z)$ seperti pada Gambar 2.



Gambar 2. Hasil rekonstruksi $w(z)$ dari data Pantheon dengan fungsi kovarian yang berbeda.

Hasil rekonstruksi memperlihatkan $w(z)$ merupakan fungsi dinamis kontinu dengan galat yang membesar pada $z > 0,5$, namun tidak sebesar galat $w(z)$ dari CC. Dapat dilihat pula pada Gambar 2 bahwa pada masa lampau $w \neq -1$, tetapi pada akhirnya berevolusi hingga bernilai -1 saat ini.

Dari hasil rekonstruksi dengan data CC maupun SN Ia Pantheon diperoleh nilai $w(z)$ saat ini yang

Tabel 2. Hasil rekonstruksi $w(0)$ dari data CC dan Pantheon

Kernel	$w(0)$ dari CC	$w(0)$ dari Pantheon
Eksp. Kuad.	$-1,04 \pm 0,30$	$-1,07 \pm 0,05$
Matern 5/2	$-1,10 \pm 0,40$	$-1,15 \pm 0,15$
Matern 7/2	$-1,11 \pm 0,36$	$-1,08 \pm 0,07$
Matern 9/2	$-1,11 \pm 0,34$	$-1,07 \pm 0,06$

disajikan pada Tabel 2. Dapat dilihat bahwa nilai $w(0)$ kedua hasil rekonstruksi konsisten dengan model Λ CDM $w = -1$. Tetapi galat $w(0)$ yang dihasilkan dari data CC lebih besar dari data Pantheon.

4 KESIMPULAN

Dalam penelitian ini telah direkonstruksi $w(z)$ dari set data *cosmic chronometer* (CC) dan set data SN Ia Pantheon. Data CC saja atau data SN Ia Pantheon saja dapat digunakan untuk merekonstruksi $w(z)$ hingga $z \leq 1,00$, sebelum galat keduanya membesar. Hasil rekonstruksi dari data CC menghasilkan galat yang lebih besar daripada yang dihasilkan dari data SN Ia Pantheon karena data CC kurang banyak dan cenderung menyebar, di mana data pengamatan pada *redshift* kecil lebih banyak daripada data di *redshift* besar. Akibatnya, hasil rekonstruksi di daerah dengan titik data yang jarang memiliki galat yang lebih besar, karena fungsi tidak terkendala dengan baik (masih terdapat banyak kemungkinan fungsi yang dapat menghubungkan kedua titik yang berjauhan). Selain itu data $H(z)$ dari pengamatan CC memiliki galat yang cukup besar, sehingga perambatan galat menghasilkan nilai ketidakpastian yang makin besar pada hasil rekonstruksi.

Rekonstruksi nilai $w(0)$ berdasarkan data CC maupun data SN Ia Pantheon memberikan nilai

$w(0) \approx -1$, konsisten dengan model Λ CDM yang konstan bernilai $w = -1$. Namun, rekonstruksi menggunakan data CC menghasilkan galat sebesar $\sim 30\%$, dengan galat terbesar pada rekonstruksi dengan kernel Matern 5/2, sehingga kurang dapat memberikan kendala yang baik untuk nilai $w(0)$. Hasil rekonstruksi $w(0)$ menggunakan data SN Ia Pantheon memberikan kendala yang lebih baik daripada data CC, dengan persentase galat yang kurang dari 10%.

5 REFERENSI

- Chevallier, M. & Polarski, D. 2001, *Int. J. Mod. Phys. D* 10, 213-223.
- Jimenez, R. & Loeb, A. 2002, *ApJ* 573, 37.
- Jimenez, R., Verde, L., Treu, T., dan Stern, D. 2003, *ApJ* 593, 622.
- Linder, E. V. 2003, *Phys. Rev. Lett.* 90, 091301.
- Moresco, M., Verde, L., Pozzetti, L., Jimenez, R., dan Cimatti, A. 2012, *JCAP* 2012, 053.
- Moresco, M. 2015, *Mon. Not. Royal Soc. Lett* 450, L16-20.
- Moresco, M., Pozzetti, L., Cimatti, A., Jimenez, R., Maraston, C., Verde, L., Thomas, D., Citro, A., Tojeiro, R., dan Wilkinson, D. 2016, *JCAP* 2016, 014.
- Perlmutter, S. et al. 1999, *ApJ* 517, 565.
- Planck Collaboration 2020, *Astronomy & Astrophysics* 641, A6.
- Ratsimbazafy, A. L. et al. 2017, *Mon. Not. Royal Astron. Soc.* 467, 3239-3254.
- Riess, A. G. et al. 1998, *American Astron. Soc.* 116, 1009-1038.
- Riess, et al. 2016, *ApJ* 826, 56.
- Scolnic, et al. 2018, *ApJ* 859, 101.
- Seikel, M. et al. 2012, *JCAP* 2012, 036.
- Seikel, M. & Clarkson, C. 2013, arXiv: 1311.6678.
- Simon, J. et al. 2005. *Phys. Rev. D.* 71, 123001.
- Stern, D. et al. 2010. *Astrophys. J. Supp. S.* 188, 280.
- Vagnozzi, S. et al. 2021, *ApJ* 908, 84.
- Wang, D. & Meng, X. 2017, *Phys. Rev. D.* 95, 023508.
- Zhang, et al. 2014, *Res. Astron. Astrophys* 14, 1221.
- Zhang, M. & Li, H. 2018, *Eu. Phys. J. C.* 78, 460(2018).