

Efek Anisotropi Teori *Generalized Uncertainty Principle* pada Persamaan Keadaan Bintang Neutron

A. B. Wahidin^{1,2*}, I. Husin^{3,4}, dan A. Sulaksono⁵

¹Program Studi Sains Atmosfer dan Keplanetan, Institut Teknologi Sumatera, Lampung Selatan, Indonesia

²Observatorium Astronomi ITERA Lampung, Institut Teknologi Sumatera, Lampung Selatan, Indonesia

³Department of General Education, Faculty of Art and Science, Sampoerna University, Jakarta Indonesia

⁴IoT and Physics Lab, Sampoerna University, Jakarta, Indonesia

⁵Departemen Fisika, FMIPA, Universitas Indonesia, Depok, Indonesia

*E-mail: alka.wahidin@sap.itera.ac.id

ABSTRAK

'Generalized Uncertainty Principle' (GUP) merupakan modifikasi relasi komutasi Heisenberg dengan tujuan memasukan efek panjang minimum dan menjadi jalan untuk mengkuantisasi gravitasi. Modifikasinya memberikan deformasi pada besaran observabel kuantum pada skala Planckian yang diparametrisasi oleh parameter β . Disini kami meninjau efek GUP anisotropi terhadap persamaan keadaan bintang neutron dengan model RMF dan parameter BSP. Dimana kami mengkonstrain parameter β dengan data eksperimen ion berat. Kami mendapati data eksperimen masih cocok hingga faktor GUP $\beta \approx 2,5 \times 10^{-7} \text{ MeV}^{-2}$, tambahan efek anisotropi tidak signifikan sehingga dapat diabaikan. Selain itu dengan memperhitungkan efek GUP dapat menyebabkan prediksi massa maksimum bintang neutron menjadi lebih kecil.

Kata Kunci: GUP - Bintang Neutron - Nuclear Matter

1 PENDAHULUAN

Prinsip Ketidakpastian Heisenberg (*Heisenberg Uncertainty Principles*) atau HUP menyatakan bahwa kita tidak bisa mengukur posisi dan momentum bersama-sama dengan presisi. Bentuk relasi komutasi dari HUP dinyatakan dengan

$$[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar. \quad (1)$$

Dimana HUP tidak memberikan batas ketidakpastian dari suatu besaran saat kita ingin mengukur salah satunya secara presisi. Untuk mencapai ketidakpastian posisi secara akurat, maka kita perlu membuat momentum (dan juga energi) menjadi sangat besar. Energi berkontribusi melengkungkan ruang dan waktu sama seperti massa dan membentuk lubang hitam dengan radius $R \sim GM/c^2$. Energi yang terlalu besar akan menyebabkan informasi mengenai partikel akan tersembunyi di dalam horizon kejadian. Sehingga tidak mungkin untuk melokalisasi apapun dengan kepastian lebih kecil dari panjang Planck yaitu $L_{\text{planck}} = \sqrt{\hbar G/c^3} \sim 10^{-33} \text{ cm}$. Penulis pada Kempf, et al. (1995) mengusulkan model relasi komutasi dengan bentuk

$$[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar (1 + \beta \hat{p}^2), \quad (2)$$

Dimana $\beta > 0$. Dengan ini ketidakpastian posisi memiliki nilai minimum yaitu $\Delta x_0 = \hbar \sqrt{\beta}$. Modifikasi terhadap HUP selanjutnya disebut *Generalized Uncertainty Principle* (GUP).

Model tersebut mengubah operator $\hat{x}$ dan $\hat{p}$ menjadi tidak simetri. Untuk mengatasinya diperkenalkan suatu faktor normalisasi pada integral seluruh ruang momentum yaitu

$$\int_{-\infty}^{\infty} d^3p \rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^3p}{(1 + \beta_k p_k^2)^3} \quad (3)$$

dimana $k=1,2,3$. Transformasi ini akan memodifikasi harga ekspektasi besaran-besaran mekanika kuantum. Kami mengusulkan efek anisotropi muncul pada faktor GUP dan melihat bagaimana dampaknya pada prediksi massa maksimum bintang neutron dari analisis persamaan keadaannya. Asumsikan simetri pada faktor GUP dan momentumnya adalah $\beta_x = \beta_y = \beta_r$ dan $p_x^2 + p_y^2 = p_r^2$, sehingga

$$\begin{aligned} \beta_k p_k^2 &= \beta_x p_x^2 + \beta_y p_y^2 + \beta_z p_z^2 \\ &= \beta_r p^2 [1 + \alpha \cos^2 \theta], \end{aligned} \quad (4)$$

dimana $\alpha \equiv (\beta_z - \beta_r)/\beta_r$, dan θ adalah sudut yang dihitung dari sumbu-z positif ke vektor p . Sehingga integral terhadap seluruh ruang momentum menjadi

$$\int_{-\infty}^{\infty} d^3p \rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^3p}{(1 + \beta_r p^2 [1 + \alpha \cos^2 \theta])^3}. \quad (5)$$

Untuk mempelajari GUP lebih lanjut pembaca bisa melihat Ökcü & Aydinler (2021), Perdam (2012), Maggiore (1993) dan referensi terkait.

1.1 Materi Bintang Neutron

Kami menggunakan model *Relativistic Mean Field* (RMF) (Diener, 2010) dan parameter set BSP (singkatan yang diambil dari inisial nama pengusulnya) (Agrawal, et. al., 2012), untuk mendeskripsikan materi dari bintang neutron. Model ini merupakan optimalisasi model RMF agar konsisten pada *finite nuclear matter* (inti berat) hingga *infinite nuclear matter* (bintang neutron).

Untuk menghitung nilai ekspektasi persamaan keadaan dari model RMF. Kita perlu mengevaluasi integral berikut.

$$\begin{aligned}\rho_0 &= \frac{2}{(2\pi)^3} \int_0^{k_f} d^3k \\ \rho_s &= \frac{2}{(2\pi)^3} \int_0^{k_f} d^3k \frac{m^*}{\sqrt{k^2 + m^{*2}}} \\ \varepsilon_{kin} &= \frac{2}{(2\pi)^3} \int_0^{k_f} d^3k \sqrt{k^2 + m^{*2}} \\ P_{kin} &= \frac{1}{3} \left(\frac{2}{(2\pi)^3} \int_0^{k_f} d^3k \frac{k^2}{\sqrt{k^2 + m^{*2}}} \right), \quad (6)\end{aligned}$$

yang masing-masing merupakan *number density*, *scalar density*, suku kinetik dari rapat energi dan suku kinetik dari tekanan. Dimana pada model yang kami gunakan, keempat integral tersebut muncul dan perlu dievaluasi kembali dengan memperhitungkan efek GUP.

1.2 Transformasi Persamaan Keadaan

Hasil dari transformasi persamaan keadaan menghasilkan suku koreksi yang mengandung faktor GUP arah radial β_r yang selanjutnya hanya ditulis sebagai β . Hasil perhitungannya adalah:

1. Number Density

$$\rho_0 \approx \frac{k_F^3}{3\pi^2} - \beta \frac{k_F^5(3 + \alpha)}{5\pi^2} \quad (8)$$

2. Scalar Density

$$\rho_s = \rho_s^{(0)} + \Delta\rho_s \quad (9)$$

dimana

$$\begin{aligned}\rho_s^{(0)} &= \frac{1}{2\pi} \left[k_f m^* \sqrt{k_f^2 + m^{*2}} - m^{*3} \right. \\ &\quad \left. \times \ln \left(\frac{k_f + \sqrt{k_f^2 + m^{*2}}}{m^*} \right) \right] \\ \Delta\rho_s &= -\frac{m(3 + \alpha)\beta}{3\pi^2} \left[\frac{k_f(k_f^4 - k_f^2 m^{*2} - 3m^{*4})}{\sqrt{k_f^2 + m^{*2}}} \right. \\ &\quad \left. + 3m^{*4} \ln \left(\frac{k_f + \sqrt{k_f^2 + m^{*2}}}{m^*} \right) \right]\end{aligned}$$

3. Suku Kinetik dari Rapat Energi

$$\varepsilon_{kin} = \varepsilon^{(0)} + \Delta\varepsilon \quad (10)$$

dimana

$$\begin{aligned}\varepsilon^{(0)} &= \frac{1}{8\pi} \left[k_f \sqrt{k_f^2 + m^{*2}} (2k_f^2 + m^{*2}) \right. \\ &\quad \left. - m^{*4} \ln \left(\frac{k_f + \sqrt{k_f^2 + m^{*2}}}{m^*} \right) \right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta\varepsilon &= -\frac{(3 + \alpha)\beta}{18\pi^2} \left[k_f \sqrt{k_f^2 + m^{*2}} \right. \\ &\quad \times (2k_f^4 + 2k_f^2 m^{*2} - 3m^{*4}) \\ &\quad \left. + 3m^{*6} \ln \left(\frac{k_f + \sqrt{k_f^2 + m^{*2}}}{m^*} \right) \right]\end{aligned}$$

4. Suku Kinetik dari Tekanan

$$P_{kin} = P^{(0)} + \Delta P \quad (11)$$

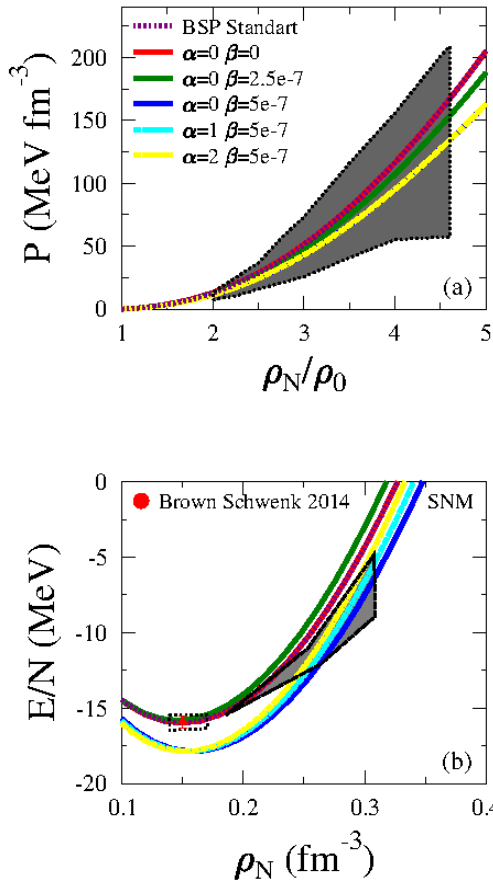
dimana

$$\begin{aligned}P^{(0)} &= \frac{1}{3} \frac{1}{8\pi^2} \left[k_f \sqrt{k_f^2 + m^{*2}} (2k_f^2 - 3m^{*2}) \right. \\ &\quad \left. + 3m^{*4} \ln \left(\frac{k_f + \sqrt{k_f^2 + m^{*2}}}{m^*} \right) \right] \\ \Delta P &= -\frac{1}{3} \frac{(3 + \alpha)\beta}{72\pi^2} \left[\frac{k_f}{\sqrt{k_f^2 + m^{*2}}} \right. \\ &\quad \times (-16k_f^6 + 10k_f^4 m^{*2} - 25k_f^2 m^{*4} - 75m^{*6}) \\ &\quad \left. + 75m^{*6} \ln \left(\frac{k_f + \sqrt{k_f^2 + m^{*2}}}{m^*} \right) \right]\end{aligned}$$

Dapat dilihat faktor anisotropi α dan faktor GUP β muncul sebagai koefisien yang tidak bebas linear. Sehingga variasi dari faktor anisotropi akan signifikan ketika faktor GUP yang cukup besar.

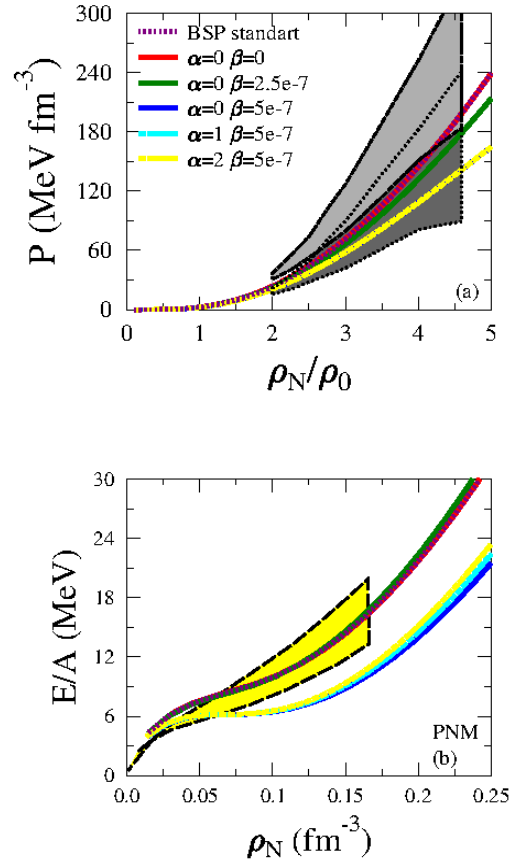
2 HASIL

Kami memodifikasi *source-code* model RMF dengan parameter BSP (Agrawal, et. al., 2012) dalam Fortran 77 yang di miliki oleh A. Sulaksono (penulis ke-3). Kami memvariasikan 2 buah parameter, yaitu faktor anisotropi α dan faktor GUP arah radial β untuk melihat pengaruhnya pada persamaan keadaan materi nuklir. Variasi parameter GUP dilakukan di sekitar $\beta \sim 10^{-7} \text{ MeV}^{-2}$ karena dampaknya lebih signifikan di rentang tersebut tanpa menyimpang terlalu jauh dari data eksperimen ion berat. Kami hanya memvariasikan parameter α di $\beta = 5 \times 10^{-7} \text{ MeV}^{-2}$ disebabkan efek dari



Gambar 1. Cek hasil perhitungan dengan data Symmetric Nuclear Matter (SNM). (Atas) Tekanan sebagai fungsi rapat jumlah nukleon dalam satuan kerapatan pada saturasi nuklir. Daerah diarsir berwarna abu-abu adalah data eksperimen ion berat (Danielewicz, et. al., 2002). (Bawah) Energi ikat sebagai fungsi kerapatan jumlah nukleon. Daerah abu-abu merupakan energi ikat di sekitar 2 kali rapat saturasi nuklir dari data eksperimen FOPI (La Fefre, et. al., 2016). Daerah di dalam kotak garis putus-putus merupakan rentang energi ikat SNM yang diizinkan di sekitar kerapatan saturasi nuklir yang didapat dari persamaan massa Bethe-Weizacker. Juga ditampilkan hasil dari Brown & Schwenk (2014).

anisotropi tidak signifikan untuk parameter GUP $\beta = 2,5 \times 10^{-7} \text{ MeV}^{-2}$ namun kami tampilkan untuk melihat karakteristik dari pengaruh anisotropi. Kami juga membandingkan pada 2 kasus yaitu *Symmetric Nuclear Matter* (SNM) dan *Pure Neutron Matter* (PNM). Seluruh variasi parameter yang diberikan masih masuk kedalam konstrain data. Untuk mempelajari lebih lanjut mengenai data eksperimen yang digunakan di gambar 1 dan 2, pembaca dapat meninjau Rahmansyah, et. al. (2020) dan referensi yang menyertainya.



Gambar 2. Sama seperti gambar 1, namun untuk kasus *Pure Neutron Matter* (PNM). (Atas) Daerah abu-abu menunjukkan data dari eksperimen ion berat (Danielewicz, et. al., 2002). (Bawah) Daerah kuning merupakan energi ikat teoritis yang didapat dari perhitungan *chiral effective field theory* (Kruger, et. al., 2013; Holt & Kaiser. 2017).

Persamaan keadaan ditunjukkan pada panel atas gambar 1 dan 2. Terlihat bahwa efek dari faktor GUP β akan cenderung membuat penurunan gradien tekanan dari materi nuklir (melunak). Sedangkan efek anisotropi α tidak memberikan dampak pada gradien tekanan materi nuklir. Efek turunnya kemiringan persamaan keadaan ini mirip seperti kasus materi bintang neutron dengan hyperon, akibatnya adalah prediksi massa maksimum dari bintang neutron (statik) akan menurun (Agrawal, et. al., 2012; Sulaksono & Agrawal, 2021). Dimana dijelaskan bahwa solusi persamaan Tolman-Volkoff-Oppenheimer (TOV) dengan persamaan keadaan BSP akan menghasilkan massa maksimum di kisaran $2,0 M_{\odot}$, sedangkan dengan hyperon akan menghasilkan massa maksimum sekitar $1,7 M_{\odot}$.

Panel bawah dari Gambar 1 dan Gambar 2 menunjukkan perbandingan hasil prediksi energi ikat dengan data. Terlihat bahwa hanya untuk $\beta =$

$2,5 \times 10^{-7} \text{MeV}^{-2}$ yang masuk kedalam konstrain energi ikat SNM yang diperbolehkan. Namun prediksi energi ikat di sekitar 2 kali kerapatan saturasi nuklir ρ_0 terlihat semakin besar dan menjauhi data eksperimen. Sedangkan pada kasus PNM, prediksi model BSP baik dengan dan tanpa memperhitungkan efek GUP cukup representatif dengan data eksperimen. Namun kurang akurat pada kerapatan rendah (permukaan bintang neutron). Dari sini kita dapat menetapkan bahwa sejauh ini $\beta = 2,5 \times 10^{-7} \text{MeV}^{-2}$ masih cocok dengan data eksperimen.

Efek anisotropi pada tekanan yang signifikan meningkatkan prediksi massa maksimum (Rahmansyah, et.al, 2020; Sulaksono & Agrawal, 2021; Setiawan & Sulaksono, 2019) tidak ditemui pada efek anisotropi GUP. Hal tersebut disebabkan karena dampaknya yang tidak signifikan terhadap gradien persamaan keadaan. Walaupun terdapat variasi energi ikat, ia dapat menentukan konstrain tapi tidak mempengaruhi prediksi massa maksimum. Walaupun perhitungan massa maksimum dengan persamaan TOV belum kami lakukan, karena efek pelunakan GUP tidak sebesar kasus bintang neutron dengan Hyperon (Agrawal, et. al., 2012; Sulaksono & Agrawal, 2021), prediksi massa maksimum bintang neutron statik model BSP diduga akan turun sedikit dari $2,0 M_{\odot}$.

3 KESIMPULAN

Kami mendapati eksperimen ion berat berpotensi mengkonstrain faktor GUP hingga $\beta \lesssim 2,5 \times 10^{-7} \text{MeV}^{-2}$. Selain itu efek dari panjang

minimum (GUP) akan menyebabkan prediksi tekanan yang mampu ditahan materi bintang neutron turun dan menurunkan massa maksimum bintang neutron. Selain itu jika efek anisotropi dimasukkan di parameter GUP, hasilnya tidak signifikan di bintang neutron sehingga selanjutnya dapat diabaikan.

Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terimakasih kepada panitia Seminar Panorama Antariksa 2021 atas bantuan penuh terhadap biaya pendaftaran.

4 PUSTAKA

- Kempf, A., Mangano, G. & Mann, R. B., 1995, *Phys.Rev.D* **52**:1108
 Agrawal, B.K., Sulaksono, A., & Reinhard, P.G. 2012, *Nucl.Phys.A* **882** 1-20
 Diener, J. W. P. 2010, *arXiv*: 0806.0747
 Ökcü, Ö., & Aydiner, E. 2021, *Nucl.Phys.B* **964**,115324
 Perdam, P. 2012, *Phys.Lett.B* **714** 317-323
 Maggiore, M. 1993 . *Phys.Lett.B* **319** 83-86
 Danielewicz, P., Lacey, R., & Lynch, W. G. 2002, *Science* **298**,1592
 La Fefre, A., Leifels, Y., Reisdorf, W., Aichelin, J., & Hartnack, Ch. 2016, *Nucl. Phys. A* **945**,112
 Brown, B.A. & Schwenk, A. 2014. *Phys. Rev. C* **89**, 011307. Erratum: 2015, *Phys. Rev. C* **91**, 049902
 Krüger, T., Tews, I., Hebeler, K., & Schwenk, A. 2013, *Phys. Rev. C* **88**, 025802
 Rahmansyah, A., Sulaksono. A., Wahidin, A. B., & Setiawan, A. M.(2020) *Eur. Phys. J. C* **80**, no.8, 769
 Holt, J.W., & Kaiser, N. 2017, *Phys. Rev. C* **95**, 034326
 Sulaksono, A. & Agrawal,B.K. 2012. *Nucl.Phys.A* **895** 44-58
 Setiawan, A.M. & Sulaksono, A. 2019, *Eur. Phys. J. C* **79**:755